Dr. Gerold Stahl

PREGUNTAS Y PREMISAS

Introducción: Este artículo trata las relaciones entre preguntas y premisas, un tema especial de la lógica de las preguntas. *

Las preguntas se introducen aquí como clases de ciertas expresiones, que se llaman "respuestas suficientes". Con esto, la relación entre una pregunta y sus respuestas (suficientes) es la entre una clase y sus elementos.

Antes de definir el término "respuesta suficiente" es necesario señalar que el tratamiento formal de la lógica de las preguntas se basa en el sistema superior de funciones (el sistema de Whitehead y Russell modificado); todas las respuestas suficientes de todas las preguntas deben pertenecer a la clase de las expresiones bien formadas de este sistema.

Las constantes individuales se simbolizan por *"a"*, *"b"*, *"c"*, etc., mientras que las variables individuales se simbolizan por *"x"*, *"y"*, etc. No distinguiremos entre funciones proposicionales uniposicionales y clases, entre funciones proposicionales biposicionales y relaciones biposicionales, etc., y simbolizaremos las funciones proposicionales constantes por *"H"*, *"H'"*, *"H''"*, etc. y las variables por *"F"* y *"G"*. Las funciones veritativas variables se simbolizan por *"f"*, *"g"*, etc. y las constantes por "$\sim$", "v", ".", "$\supset$", "$\equiv$", etc.; entre estas últimas la primera es uniposicional, las demás son biposicionales. Las frases (expresiones bien formadas sin símbolos de variables libres) serán abreviadas por las letras "A", "B", etc.

Para hablar sobre una expresión, una clase de expresiones, etc., necesitamos un metalenguaje y, si deseamos formalizar las afirmaciones en metalenguaje, necesitamos un metasistema. El metasistema utilizado para la lógica de las preguntas tiene la misma estructura que el sistema superior de funciones, y no hay que introducir axiomas especiales. Solamente para ciertos de los individuos y clases se emplearán (meta) símbolos especiales, para los demás se utilizarán los mismos símbolos que en el nivel más bajo (el contexto permitirá fácilmente distinguir entre lenguaje primario y metalenguaje).

* Gerold Stahl, "La lógica de las preguntas", *Anales de la Universidad de Chile*, Santiago, Nº 93, 1956, pp. 87-100, y "Un développement de la logique des questions" (a ser publicado en la *Revue philosophique de la France et de l'étranger*). Solamente el segundo de estos dos artículos servirá de base para el presente trabajo; en la *Introducción* se da un breve resumen de la parte necesaria para la comprensión de lo que sigue.

Distinguiremos tres tipos fundamentales de preguntas, las individuales como [*Hx?*], las funcionales como [*F?a*] y las preguntas veritativas como [A *f?* B] o [*f?*A].

En las preguntas individuales se pregunta por los individuos que satisfacen una función proposicional dada, por ejemplo *H* (si este individuo es *a* o *b,* etc) . Expresiones tales como *"Ha", "Hb", "Hc",* etc. se llaman "respuestas simples" de esta pregunta. Entre ellas, las que no son negaciones de teoremas se llaman "respuestas directas". Podemos formar conjunciones finitas de estas respuestas directas, como *"Ha . Hb . Hd",* o también conjunciones infinitas, como *"(x) (H'x ⊃ Hx)"* (todos los *x* que satisfacen *H'* —puede haber infinitos— satisfacen también *H*) . Además podemos formar la conjunción de las negaciones de las respuestas simples que, en el caso infinito, sería *"(x)∼Hx"*. Con todo esto podemos introducir el término "respuesta perfecta". Las respuestas perfectas de la pregunta mencionada son las respuestas directas, sus conjunciones finitas o infinitas y la conjunción de las negaciones de las respuestas simples, excluyéndose, sin embargo, todas las negaciones de teoremas. Ahora, una respuesta suficiente de la pregunta es una expresión bien formada (no necesariamente una frase) que no es negación de un teorema y que satisface una de las condiciones siguientes:

a) Ella implica por lo menos una respuesta perfecta de la pregunta que no es un teorema.
b) Ella es un teorema y por lo menos una de las respuestas perfectas es un teorema.

La pregunta mencionada [*Hx?*] es, como quedó indicado, la clase de las respuestas suficientes. Tenemos así:

$$\text{“}Ha\text{”} \ \varepsilon \ [Hx?]$$
$$\text{“}Ha : Hd\text{”} \ \varepsilon \ [Hx?]$$
$$\text{“}(x)\sim Hx\text{”} \ \varepsilon \ [Hx?]$$
$$\text{“}q \ . \ Ha\text{”} \ \varepsilon \ [Hx?]$$

o sea, por ejemplo: *"Ha"* es una respuesta suficiente (es un elemento) de la pregunta (clase de expresiones) [*Hx?*]; concretamente: "Carlos es el ganador", es una respuesta suficiente de la pregunta [¿Quién es el ganador?].

En las preguntas funcionales se pregunta por las funciones que se satisfacen por un individuo dado, por ejemplo, *a*. Las respuestas simples son en este caso *"Ha", "H'a", "H''a",* etc. Como para las preguntas individuales se forman también en este caso las respuestas directas (las que no son negaciones de teoremas), las respuestas perfectas (o sea, las directas, sus conjunciones y la conjunción de las negaciones) y las respuestas suficientes.

La pregunta [*F?a*] es la clase de las respuestas suficientes correspondientes, y tenemos, por ejemplo:

$$\text{"}Ha\ .\ H'''a\text{"}\ \varepsilon\ [F?a]$$

En las preguntas veritativas se pregunta por las funciones veritativas biposicionales que hay entre A y B (o sea, [A *f?* B]) o por las funciones veritativas uniposicionales que se aplican a A (o sea, [*f?*A]). Las respuestas simples serían en el primer caso "A v B", "A $\supset$ B", etc., y en el segundo "A" y "$\sim$A". Las respuestas directas, perfectas (no hay conjunciones infinitas) y suficientes se forman del mismo modo que para las preguntas individuales y funcionales. Tenemos así:

$$\text{"(A v B) . (A} \supset \text{B)"}\ \varepsilon\ [\text{A } f?\text{ B}]$$
$$\text{"A"}\ \varepsilon\ [f?\text{A}]$$
$$\text{"}\sim\text{A"}\ \varepsilon\ [f?\text{A}]$$

por ejemplo, "No llueve" es una respuesta suficiente de [¿Llueve?], o sea, de [¿Cuál es la función veritativa aplicada a *llueve?*].

Si nos referimos a preguntas en general, escribimos "[P]", "[Q]", etc.

Algunos resultados generales son:

(1) Una pregunta puede tener respuestas (suficientes) que son teoremas (no necesariamente), pero no puede tener negaciones de teoremas. Esto no excluye que puede tener frases falsas como elementos.
(2) Ella incluye como subclase las respuestas perfectas y directas.
(3) Ella tiene, por lo menos, un elemento.

Debido al hecho de que las preguntas son clases, se puede establecer la *identidad* entre dos de ellas si tienen los mismos elementos (las mismas respuestas suficientes). Diremos también que una pregunta es *subpregunta* de otra, si todas las respuestas suficientes de la primera lo son también para la segunda. Además, se puede formar la *unión* de dos o más preguntas (la clase de las respuestas que son suficientes para por lo menos una de estas preguntas) y la *intersección* de dos o más preguntas (la clase de las respuestas que son suficientes para todas estas preguntas).

Preguntas relativas a un sistema: En la introducción las respuestas suficientes de todas las preguntas pertenecieron a la clase de las expresiones bien formadas del sistema superior de funciones. Naturalmente, existe también la posibilidad de tomar las respuestas suficientes únicamente respecto a un sistema con menos medios de expresión *. Por el otro lado, puede usarse, en lugar del sistema superior de funciones, uno análogo, pero que contiene algunos axiomas adicionales. Entonces es posible que se excluyan algunas respuestas perfectas y suficientes, por ser negaciones de los teoremas adicionales, mientras que puede haber respuestas suficientes adicionales por haber teoremas adicionales **. Es, por lo tanto, necesario indicar respecto a qué sistema se toman las respuestas suficientes, ya que el metasistema en que se expone la lógica de las preguntas permite referirse simultáneamente a varios sistemas. Convenimos en emplear subíndices detrás del último paréntesis cuadrado para indicar el sistema respectivo; por ejemplo, una pregunta respecto al sistema X sería:

$$[P]_X$$

La posibilidad de formar preguntas respecto a varios sistemas implica algunos cambios. Uno se presenta si el sistema es absolutamente inconsistente, porque en este caso todas las expresiones bien formadas son negaciones de teoremas, la clase de las respuestas perfectas y la de las suficientes serían vacías; o sea, en el caso de un sistema absolutamente inconsistente no vale la afirmación de que una pregunta tenga por lo menos un elemento.

No se había exigido que las respuestas suficientes de una pregunta fuesen verdaderas. Es muy fácil definir el término "respuesta suficiente verdadera" de una pregunta, *siempre que se haya definido* "frase verdadera", respectivamente, "expresión bien formada válida" respecto a un sistema. Supongamos que la clase de las expresiones válidas, incluyendo las frases verdaderas, de un sistema X sea W; entonces la clase de las respuestas verdaderas (válidas) de $[Hx?]$ es:

$$[Hx?]_X \cap W$$

Preguntas relativas a una clase de premisas: Consideremos las preguntas respecto a un sistema dado X. Tengamos una clase S de expresio-

* Para evitar complicaciones, exigiremos que contenga el sistema proposicional completamente.

** Es posible que estos teoremas mismos sean respuestas suficientes o que permitan formar más implicaciones.

nes bien formadas de este sistema como premisas y modifiquemos la definición de "respuesta directa", "respuesta perfecta" y "respuesta suficiente", escribiendo "conclusión de S" en vez de "teorema". Las conclusiones de S incluyen, naturalmente, los teoremas. La modificación mencionada no es arbitraria sino corresponde totalmente a la idea de la pregunta, tal como fue señalada en la introducción. Mientras que antes se excluyeron las negaciones de teoremas y se admitieron en un caso determinado los teoremas, se excluyen ahora las negaciones de las conclusiones de S y se admiten en el caso correspondiente las conclusiones de S.

Simbólicamente expresamos una pregunta respecto al sistema X y a la clase de premisas S, por:

$$[P]_x\, S$$

Si el sistema X junto con la clase de premisas S es absolutamente inconsistente, se presentan los mismos resultados de la sección anterior.

En la introducción se señaló que las preguntas pueden tener frases falsas como elementos, siempre que éstas no sean negaciones de teoremas. Esto significa que, si se define "frase falsa" formalmente o se toma en un sentido intuitivo y si existen frases falsas que no son negaciones de teoremas, entonces éstas pueden ser respuestas suficientes. Análogamente aquí las preguntas pueden tener frases falsas como elementos, siempre que no sean negaciones de las conclusiones de S.

El hecho de que S misma contenga frases falsas puede implicar (pero no necesariamente) la inconsistencia de X junto con la clase de premisas S. Esto ocurre, naturalmente, si las frases falsas son negaciones de teoremas o de las conclusiones de S.

Supongamos que tenemos dos clases de premisas S y T Si $S \subset T$, entonces decimos que la pregunta $[P]_x T$ es más concreta * que $[P]_x S$, simbólicamente:

$$[P]_x T\; Mc\; [P]_x S$$

Si $[P]_x T\; Mc\; [P]_x S$, entonces las respuestas perfectas de la primera pregunta constituyen una subclase de las respuestas perfectas de la segunda (porque se eliminan adicionalmente las frases que son negaciones de las conclusiones de T sin ser negaciones de las conclusiones de S —si existen

* Ya que $S \subset T$ no excluye $S = T$, debiera decirse precisamente "más concreta o igualmente concreta"

tales frases), pero en general las dos preguntas no son subpreguntas una de otra.

El siguiente metateorema se demuestra sin dificultad:

$$[P]_x S\, Mc\, [P]_x$$

donde "$[P]_x$" significa "la pregunta [P] respecto a X sin premisas".

Preguntas que agregan premisas: Preguntas de la forma:

Ya que estás enfermo, ¿por qué viniste?
Ya que Eugenia ganó, ¿ella no va a hacer el viaje?

constituyen un tipo especial de preguntas, que no ha sido tratado en el artículo introductorio. Son preguntas que aumentan la clase de las premisas en una, en el primer caso por la premisa "Tú estás enfermo" (abreviado "C"), en el segundo, por "Eugenia ganó" (abreviado "D"). Supongamos que utilizamos un sistema X sin premisas adicionales; entonces tendríamos:

[¿Por qué viniste?]$_x$ $\{$"C"$\}$ *
[¿Ella no va a hacer el viaje?]$_x$ $\{$"D"$\}$

Según lo anterior, la pregunta:

Ya que estás enfermo, ¿por qué viniste?

es más concreta que:

¿Por qué viniste?

Lo mismo vale para todas las preguntas que agregan premisas.

Respuestas útiles: Supongamos que a la pregunta [¿Quién inventó este aparato?] se responde: "Carlos no inventó este aparato". Esta respuesta no es suficiente, aunque útil, ya que permite eliminar ciertas entre las respuestas suficientes, como, por ejemplo, "Carlos inventó este aparato".

* En el caso de contar, además, con la clase de las premisas S, tendríamos "(S $\cup$ $\{$"C"$\}$)" en lugar de "$\{$"C"$\}$"

Conviene, por lo tanto, precisar el término "respuesta útil": Una *respuesta productiva* a una pregunta dada es una expresión bien formada, no negación de un teorema (de una conclusión de S), que implica *la negación* de una respuesta perfecta. Una respuesta productiva puede ser, al mismo tiempo, respuesta suficiente de la misma pregunta, aunque este caso se presenta para las preguntas individuales y funcionales sólo excepcionalmente. Una *respuesta útil* es una respuesta productiva que no es suficiente para la pregunta correspondiente.

Si se agrega una respuesta útil a la clase de premisas, se eliminan ciertas respuestas perfectas y suficientes (entre ellas la cuya negación está implicada por la respuesta útil), mientras que por el otro lado, las respuestas suficientes aumentan posiblemente por la nueva premisa y sus conclusiones adicionales *. Con otras palabras, agregar respuestas útiles a las premisas significa hacer las preguntas *más concretas.*

Resumen: Si se investigan las preguntas en relación con diversos sistemas y clases de premisas, se obtienen algunos resultados de interés, sea respecto a preguntas en sistemas inconsistentes, sea respecto a un ordenamiento parcial establecido por la relación *más concreta* o respecto a la formalización de fenómenos lingüísticos que tienen componentes interrogativos y declarativos o, finalmente, respecto a un tipo de respuestas frecuentemente utilizadas, que no son suficientes.

* Naturalmente, si "B" es una respuesta útil para $[P]_x$, ella no lo es más para $[P]_x \{\text{“B”}\}$, debido a la eliminación de la respuesta perfecta mencionada.