NICOLAS MALEBRANCHE, MATEMATICO DESCONOCIDO*

Godofredo Iommi Amunátegui
Universidad Católica de Valparaíso

I

RE Malebranche y la matemática. Dos vías -por lo menos- llevan de suyo, a establecer semejante vínculo: su raigambre cartesiana, -la cual, por tradición, parece otorgar al pensamiento un perfil geométrico- y su diversa e intensa actividad desplegada en pos de la introducción y establecimiento del cálculo infinitesimal en Francia[1].

Este estudio está dedicado a otro aspecto de su labor matemática. Me refiero a Malebranche teórico del infinito. Este rasgo de su obra permanece en la penumbra. O casi. Un trabajo de Paul Schrecker[2], publicado años ha, señala de paso esa vertiente del filósofo. Aquí esa figura poco aparente toma cuerpo en virtud de fragmentos dispersos a flor de texto, diríase. Al elegirlos -a modo de islas suspendidas- una

---

* Trabajo patrocinado por FONDECYT (Proyecto 0431-90).

1 Véase A. Robinet *"Le groupe malebranchiste introducteur du Calcul Infinitesimal en France" (Revue d'Histoire des Sciencies,* T. XIII, 1960 Nº 4, pp. 287-308), y en especial la hermosa edición de Pierre Costabel (1912-1989) *"Malebranche, Oeuvres"* T. XVII-2, Mathematica, Vrin, 1ª· edición, 1968.

2 Paul Schrecker *"Malebranche et les mathématiques"* (IXéme Congrés International de Philosophie, T. II, pp. 33-40, París, 1937). Según Schrecker, la obra de Malebranche constituye el primer sistema moderno dentro del cual *todos* los descubrimientos matemáticos del S. XVII encuentran sitio apropiado. Esta idea, finamente hilada por lo demás, adolece -pienso- del ímpetu mismo en virtud del cual adquiere su fuerza. Así, es difícil asentir del todo a frases donde esta filosofía aparece "como la primera teoría coherente de las matemáticas modernas concebida desde un solo y mismo principio". La dificultad nace tal vez de cierta claridad sin matices: surge el temor de asistir al despliegue de un argumento de índole jurídica para confirmar o probar dicho aserto. Más adelante, sin embargo, el autor discurre acerca de las infinitas relaciones entre infinitos y concluye mencionando a Cantor y a la teoría de conjuntos. El eco de este enunciado induce a dejar de lado la reticencia recién expuesta, Asunto de fair-play...
(Agradezco a la Dra. Jeanne Peiffer -París- el envío de una copia del artículo en cuestión).

duda adquiere presencia: en otros pasajes dejados de lado, Malebranche habla del infinito tal como lo habría hecho cualquier *homme d'esprit* de su época, sin más[3]. Entonces ¿es justo privilegiar aquellos? Darles primacía ¿no implica, acaso, considerarlos fuera de contexto y atribuirles un espesor matemático anacrónico y arbitrario?

Estas páginas se originan en tal vacilación y proponen unas líneas o bordes para determinar lo propio de un posible aporte matemático. Se trata, en breve, de vivificar los desvíos de un matemático *virtual* perdido, y a la espera, en medio de la obra de un filósofo.

Este propósito, apenas enunciado, determina una perspectiva desde la cual la filosofía de Malebranche en cuanto corpus compacto puede contemplarse. Analizar la obra *entera* excede, en todo sentido, el alcance de esta nota. En consecuencia, he optado por leer -teniendo en la mente ese punto de fuga- la *Recherche de la Verité* (R.V.) -editada por G. Rodis-Lewis, Vrin, 1962-, los *Entretiens sur la Metaphysique* (E.) -editados por A. Robinet, Vrin, 1956- y las *Meditations Chrétiennes et Metaphysiques* (M.) -editadas por H. Gouhier y A. Robinet, Vrin, 1959-.

II

TEOLOGIA E INFINITO

De buenas a primeras -diríase-, Dios = Infinito. Esta identidad cala hondo, y más allá de la mera sinonimia. Semejante a un sentimiento, esta equivalencia late de modo cordial en lo ímtimo de esta filosofía. Por ello, cuando en lo sucesivo, a veces este rasgo no intervenga en el argumento, debe quedar asentado que tal omisión es una *apuesta especulativa* de este ensayo y no es inherente a la obra misma.

Dieu ou l'infini n'est pas visible par une idée qui le represente. L'infini est à lui-memê son idée. Il n'a point d'archetype.

...

Car tout ce qui est fini se peut voir dans l'infini qui en renferme les idées intelligibles. Mais l'infini ne peut se voir qu'en lui-même. Car rien de fini ne peut representer l'infini.

Dios o el infinito no es visible por una idea que lo represente. El infinito es él mismo su idea. No tiene arquetipo alguno.

...

Pues todo lo que es finito puede verse en el infinito que encierra las ideas inteligibles. Pero el infinito sólo puede verse en sí mismo. Pues nada finito puede representar el infinito.

(E. I, pág. 53 y sigs.; también E. VIII, pág. 174, E. IX, pág. 197-198).

[3] Por ejemplo, R.V., IV, XI pág. 92, pp. 100-102.

Una ambigüedad salta a la vista: *l'infini* puede traducirse por *lo* infinito o por *el infinito.* Parece oportuno conservarla in mente. En esa doble posibilidad del español resida tal vez una clave del tema. Prefiero en estas versiones atenerme a cierta literalidad, a riesgo de soltar un poco el castellano, de no ceñirme en demasía a su propia resonancia: el lado derecho de la página sólo constituye una suerte de *guía de lectura.*

Ese Dios = Infinito puede vislumbrarse "confusamente y como desde lejos": una propiedad suya -esencial- se retrae, se hace invisible: "ser al mismo tiempo uno y todas las cosas".

La especulación en momentos tales bordea por un lado la teología, por el otro la matemática y avanza por ese desfiladero manteniendo un difícil equilibrio. De pronto el pensador varía su registro, cambia de velocidad, pulsa un acorde disonante. Es preciso entonces atender a esa novedad subrepticia. Así en plena página 45 (E., I.) ese infinito adquiere densidad distinta:

...l'esprit voit l'infini aussi bien dans le petit que dans le grand, non par la division ou multiplication reiterée de ses idées finies, qui ne pourraient jamais atteindre á l'infini, mais par l'infinite même qu'il découvre dans ses idées et qui leur appartient, les quelles lui apprennent tout d'un coup, d'une part qu'il n'y a point d'unité et de l'autre, point de borne dans l'etendue inteligible.

...el espíritu va al infinito tanto en lo pequeño como en lo grande, no por la división o multiplicación reiterada de sus ideas finitas, que jamás podrían alcanzar (acceder) al infinito, sino por la infinidad misma que descubre en su ideas y que les pertenece, las cuales le enseñan *de golpe* por una parte que no hay unidad y por otra que no hay límites en la extensión inteligible.

En filigrana palpita una idea sutil: acaso ese infinito, descubierto por el espíritu "en sus ideas" sea la posibilidad misma de repetir *siempre* el acto de dividir o de multiplicar. Se instaura un espacio *operativo* -valga la expresión- sin horizonte, sin los bordes, las limitaciones propias de "lo finito". El infinito aparece ligado -de hecho- al adverbio *siempre.*

Importa señalar el sesgo de la expresión *tout d'un coup:* modo inmediato de asir una realidad conceptual. Tal *intuición* es la raíz del acto ya señalado de subdividir o multiplicar *à l'infini* la extensión.

Malebranche asigna al espíritu la capacidad de ver "lo" infinito mediante un giro referido a su propio alcance: ese infinito, visto y visible está, ya, en él; verbigracia la posibilidad de su posibilidad: ausencia de límite (mínimo, máximo).
(Un atisbo similar, en E. IX. Pág. 231).

A veces, una idea se condensa, se cristaliza en la brevedad misma de su expresión:

Car l'esprit ne voit pas seulement tantôt une chose et tantôt une autre succesivement, il apperçoit même actuellement l'infini...
(R.V., III, II pág. 435).

Pues el espíritu no sólo ve ora una cosa y ora otra sucesivamente, percibe incluso actualmente el infinito...

Este texto ilumina de soslayo un punto crucial del anterior: existe un vínculo entre *tout d'un coup y actuellement*. La frase concluye, cierto es, apuntando hacia otra fina distinción:

...quoiqu'il ne le comprenne pas

...aunque no lo comprenda

Tratándose del infinito el espíritu percibe *pero no comprende*. Tal quiebre entre percibir (¿conocer?) y comprender quedará -aquí- a título de nota al margen.

¿Cómo deslindar el dominio matemático -propiamente- sobre el cual se despliega esta arriesgada coreografía mental?

III

UN DESVIO POR LA OBRA DE GEORG CANTOR

Hablar, dentro de lo posible, de manera precisa del infinito matemático requiere poner a la vista *algunos* elementos de la teoría de los números transfinitos[4]. El vocablo "algunos", en apariencia desprovisto de aristas, contiene y a la vez disimula dificultades conceptuales diversas, la mayor de las cuales acaso haya consistido en practicar numerosos cortes[5] en la obra de Cantor para no distraer en exceso la atención de los pasajes filosóficos comentados.

a) Dos conjuntos A y B tienen la misma potencia (o son equipotentes) si existe una aplicación uno-uno del conjunto A sobre B. Si los conjuntos son finitos,

[4] G. Cantor, *Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers.* (trans. by P.E.B. Jourdain) Dover Pub., New York. 1st ed. 1955. E. Borel, *Eléments de la théorie des esembles,* ed. Albin Michel, París. 1949. K. Kuratowski, *Introducción a la teoría de conjuntos y a la topología.* (trad. de P. Rodríguez Vidal) Ed. Vicens-Vives, Barcelona. 1ª. edición, 1966. F. Hausdorff, *Set theory* (transl. by J.R. Aumann et. al.) Chelsea Pub. Comp., New York, 3th edition, 1978.

[5] La hermosa teoría de los números ordinales ha sido dejada de lado. Buena parte del análisis -filosófico- llevado a cabo mediante los números cardinales puede -me parece- transcribirse en "clave ordinal".

este concepto equivale al hecho elemental de tener ambos conjuntos el mismo número de elementos. Puede aplicarse también a conjuntos infinitos. Por ejemplo, el conjunto de los números naturales impares tiene la misma potencia que el conjunto de los números pares: la función f(n) = n+1 establece una aplicación uno-uno del conjunto (1, 3, 5,...). A cada conjunto infinito se asigna un número cardinal = potencia. Un conjunto A se dice infinito numerable si tiene la misma potencia que el conjunto de los naturales. El conjunto de los números reales *no tiene* la misma potencia que el conjunto de los naturales, luego no es numerable. K_0 denota el número cardinal del conjunto de los naturales y K el número cardinal del conjunto de los reales. (Cantor utilizó la letra del alfabeto hebreo, alef, a tal efecto. La notación anterior se debe a su simplicidad tipográfica).

K suele denominarse potencia del continuo. Puede probarse que $K = 2^{K0}$.

Un conjunto A es subconjunto de B si cada elemento de A es elemento de B. Todo conjunto es subconjunto de sí mismo. Se usa el término subconjunto propio para indicar aquellos subconjuntos de un conjunto dado distintos de él. Sea el conjunto finito $\{b_1, b_2, b_3\}$. Sus subconjuntos son: $\{b_1\}$, $\{b_2\}$, $\{b_3\}$, $\{b_1, b_2\}$, $\{b_1, b_3\}$, $\{b_2, b_3\}$, el conjunto vacío y B mismo. El número de subconjuntos es $8 = 2^3$. Si un conjunto finito tiene m elementos, el número de sus subconjuntos es 2^m.

Todo conjunto infinito es equivalente a un subconjunto propio. Lo cual diferencia conjuntos finitos e infinitos y de paso deja en suspenso el axioma *"totum parte majus"*.

b) El número cardinal del conjunto de subconjuntos de un conjunto es mayor que el número cardinal del conjunto: $2^m > m$.

Esta propiedad asegura la existencia de infinitos números cardinales infinitos distintos.

Si m = K ó K_0, se tiene:

$$m_1 = 2^m > m$$

$$m_2 = 2^{m_1} > m_1$$

$$m_3 = 2^{m_2} > m_2 \ldots$$

Se construye así una escala de números cardinales. Por lo demás: $m + m_1 + m_2 + \ldots$ es un número cardinal mayor aún:

$$m + 2^m + (2^m)^m + ((2^m)^m)^m + \ldots$$

Es entonces posible una serie ascendente ilimitada de números cardinales.

(c) Viene al caso enunciar ciertas propiedades de los números cardinales K_0 y K.

1) $K_0 + K_0 + K_0 + \ldots = K_0$ 2) $K = K^2$

Al descubrir este teorema Cantor escribió -en francés- *je le vois, mais je ne le crois pas.* Un matemático posterior, F. Hausdorff piensa: esta identidad -en cuanto al número de puntos- de la línea y del plano equivale a la posibilidad de dividir a los números naturales en pares e impares.
(El asombro del invento pierde presencia...).

En general, $K = K^2 = K^3 = \ldots = K^{K_0}$, es decir: el número cardinal K corresponde a todos los espacios cuyo número de dimensiones es numerable.

3) El teorema aludido en (a) se deduce de $K = 2^{K_0}$ y de (b): $K > K_0$.

Dicho de modo coloquial: los números reales no pueden contarse.

d) Un conjunto de conjuntos constituye un sistema de conjuntos. Dicho sistema es un *anillo* si la suma y la intersección de dos conjuntos son conjuntos del sistema y es un *campo* si la suma, intersección y diferencia de dos conjuntos son conjuntos del sistema. Nótese que los conjuntos considerados poseen elementos sin relaciones de orden (mayor o menor, por ej.) entre sí.

Este breve compendio afinará la óptica -pienso- al leer a Malebranche.

IV

MATEMATICA

El tránsito hacia la matemática ocurre de súbito:

...il n'y a point d'instant dans la durée, comme il n'y a point d'atomes dans les corps... la plus petite partie de la matiére se peut diviser à l'infini,

...no hay instante en la duración, como no hay átomos en los cuerpos... la menor parte de la materia puede dividirse hasta el infinito,

La imposibilidad de hallar un *elemento indivisible*, ya sea en la extensión, ya sea en la duración implica la imposibilidad de *contar* el continuo, esto es: $K > K_0$.

En un mismo aliento la frase, más adelante, permite una proximidad filosófica -esta vez-

on peut aussi donner des parties de durée plus petites à l'infini... Si donc l'esprit était attentif à ces petites parties

puede así también darse partes de la duración más y más pequeñas hasta el infinito... Si pues el espíritu estuviese *de sa durée par des sensations... il la trouverait sans doute beaucoup plus longue qu'elle ne lui paraît*

(R.V., I, VIII, pág. 104).

atento a estas pequeñas partes de su duración por medio de sensaciones... la encontraría sin duda mucho más larga de lo que le parece

El nombre de Bergson viene, solo, a los labios. Esta digresión esboza una modulación delicada: los motivos de la melodía adquieren vida propia.

A cada paso se despliega la perplejidad de

qu' un petit grain de sable contienne autant de parties que toute la terre,
(R.V., III, II, pág. 391).

que un pequeño grano de arena contenga tantas partes como toda la tierra,

El punto en cuestión: un grano de arena y la tierra toda tienen la misma potencia, es decir: el mismo número cardinal. Aquí Malebranche entra de lleno en la matemática cantoriana, al menos en cuanto a principios. La carencia reside en el aspecto operativo: establecer una correspondencia biunívoca entre el grano de arena y la tierra. El caso puede ilustrarse en una dimensión: el conjunto de puntos o de números del intervalo $0 \leq x \leq 1$ y el conjunto de puntos del intervalo $0 \leq y \leq 1.000$ tienen la *misma potencia* (número cardinal K). Nótese que el segundo posee una longitud mil veces mayor.

La correspondencia uno-uno está dada por $y = 1000x$ (ver secc. III (c)). En tal sentido, otro pasaje merece un desglose más detallado, tal es su densidad:

Mais tu dois savoir qu'il y a les mêmes rapports entre les infinis qu'entre les finis et que tous les infinis ne sont pas égaux. Il y a des infinis doubles, triples, centuples les uns des autres: et quoique le plus petit des infinis soit infiniment plus grand qu' aucune grandeur finie, quelque grande qu'on la veuille imaginer, et qu' ainsi entre le fini et l'infini il ne puisse y avoir de rapport fini et que l'esprit humain puisse comprendre, neanmois tu peux mesurer exactement les rapports de grandeur que les infinis ont entre eux.
(M. Pág. 40-41).

Pero debes saber que hay las mismas relaciones entre los infinitos que entre los finitos y que todos los infinitos no son iguales. Hay infinitos dobles, triples, céntuplos unos de otros: y aunque el más pequeño de los infinitos sea infinitamente más grande que toda magnitud finita, por grande que se la quiera imaginar, y que así entre lo finito y lo infinito no pueda haber relación finita y que pueda comprender el espíritu humano, sin embargo puedes medir exactamente las relaciones de magnitud que tienen entre sí los infinitos.

i) "Todos los infinitos no son iguales".
Aserto exacto. Recuérdese la existencia de tres números cardinales elementales distintos:

$$K_0, K, 2^K.$$

ii) "Hay infinitos dobles, triples... unos de otros".
La escala de los números cardinales construida en la sección III permite definir el sentido de esta afirmación. La "proporción" entre los infinitos es algo aproximada, difusa. La presencia de un algoritmo puede disipar esa niebla; esa falta de claridad.

iii) "...Puedes medir exactamente las relacionesde magnitud que tienen entre sí los infinitos'.
Aludir a una comparación cuantitativa entre infinitos en términos semejantes denota sea un chispazo afortunado sea un razonamiento decantado. O ambas instancias a la vez. No es posible zanjar, a ciencia cierta. Piénsese, sea cual fuere la vía seguida por el pensador, en las ecuaciones

$$K = 2^{K_0} = K^{K_0}$$

o en desigualdades del tipo:

$$2^K > K \qquad 2^{K_0} > K_0$$

$$2^{2^K} > 2^K \qquad 2^{2^{K_0}} > 2^{K_0}$$

$$\ldots \qquad \ldots$$

Algunas líneas más abajo, la ambigüedad -digamos- vuelve en gloria y majestad:

Lorsque Dieu conçoit une infinité de dixaines et un infinité d'unités, il concoit un infini dix fois plus grand qu'un autre	Cuando Dios concibe una infinidad de decenas y una infinidad de unidades, concibe un infinito diez veces mayor que otro

lo cual no es justo. No puede hablarse de mero error matemático. Este desvarío revela lo incierto, lo inasible, de conceptos cuyo alcance y origen vacilan. Esta situación no es propicia para definir y sólo definiciones -convencionales- permiten eludir la indecisión... No deja de asombrar, sin embargo, cierta sostenida precisión conceptual, *in illo tempore...*

Abocado a otra vertiente del asunto, Malebranche extrema sus recursos:

...ce dangereux ecüeil de juger de l'infini par quelque chose de fini
(E., IX, pág. 198).

...ese peligroso escollo de juzgar el infinito por alguna cosa finita

Esta prudencia es atinada. Recuérdese aquel postulado lógico "el todo es mayor que la parte" caído en desuso en el orden del infinito.

...non seulement l'esprit a l'idée de l'infini, il l'a même avant celle du fini

...no sólo el espíritu tiene la idea del infinito, la tiene incluso antes de aquella de lo finito

(R.V., III, pág. 441) (aquí la versión exhibe una lamentable pesadez).

En el espíritu existe una prioridad -cronológica- del infinito. Siguiendo al filósofo podría intentarse un giro matemático: deducir propiedades "finitas" a partir del infinito. He aquí un ejemplo posible:

$$2^{K_0} > K_0$$

$$2^{2^{K_0}} > 2^{K_0}$$

Esta propiedad es válida para números finitos. Así,

$$2^0 = 2^0 = 1 > 0$$

$$2^{2^0} = 2^1 = 2 > 1$$

$$2^{2^{2^0}} = 2^2 = 4 > 2$$

Le moindre partie de la matière est capable de recevoir una figure de trois, de six, de dix, de dix mille côtés...
Un simple morceau de cire est donc capable d'un nombre infini ou plutôt d'un nombre infiniment infini de différents modifications...
(R.V., III, I. pág. 384).

La menor parte de la materia es capaz de recibir una figura de tres, de seis, de diez mil lados...
Un simple trozo de cera es pues capaz de un número infinito o más bien de un número infinitamente infinito de diferentes modificaciones...

La plasticidad sustenta, o equivale a la construcción del infinito. El acto de modificar la figura de cera encierra en sí la posibilidad: la antigua distinción infinito actual-infinito potencial desaparece y renace en un mismo gesto.

Y ese "número infinitamente infinito" en manos de Cantor ha adquirido carta de ciudadanía, es decir ha sido definido: si un número cardinal $\mathbf{a}_m$ corresponde a todo elemento **m** de un conjunto **M,** y no hay uno mayor entre ellos, entonces la suma

$$a = \sum_{m}^{M} a_m \qquad \text{excede a todo } a_m$$

(Tómese en cuenta, además, la sección III (b) de este estudio)

El movimiento, por así llamarlo, concluye:

que nul esprit ne peut comprendre	que ningún espíritu puede comprender

Este final semejante a una rima, trae a la memoria un eco familiar...

V

L'ASSEMBLAGE

El designio, ahora es rastrear el sentido de la palabra *assemblage*, cuya resurgencia parece indicar cierto rumbo. En primera instancia, *assemblage* = reunión, o precisando la versión: resultado de la acción ensamblar = ensamble. En francés, el léxico matemático establece *ensemble* = conjunto. El castellano, esquivo en este caso, prescinde de la similitud conceptual retraída tras la eufonía *ensemble*-ensamble.

a) El espíritu percibe, concibe sólo a través de la idea del infinito y esta idea dista mucho de estar

formée de l'assemblage confus de toutes les idées des êtres particuliers... *toutes ces idées particulières ne sont que des participations de l'idée génerale de l'infini* (R.V., III, pág. 441).	formada por la reunión confusa de todas las ideas de los seres particulares... todas esas ideas particulares sólo son participaciones de la idea general del infinito

En este estadio *assemblage* es unión, reunión. Sin más.

b) Una suerte de breve "historia de las pasiones" es punto de partida hacia otra latitud: el amor y la aversión son las pasiones *madres* y engendran deseo, alegría y tristeza. Las pasiones particulares nacen de la combinación de estas tres pasiones *primitivas*.

Une même passion ayant des degrés infinis, elle peut, en se joignant avec les autres, se combiner en une infinité de manières.

Una misma pasión teniendo infinitos grados puede juntándose con las demás combinarse de una infinidad de maneras.

Le nombre des passions qui se font de l'assemblage des autres est nécessairement infini.
(R.V., V, VII, pág. 187).

El número de pasiones que se forman por la unión de las demás es necesariamente infinito.

Al concepto de *unión* se vincula una combinatoria mediante la cual el número de elementos (pasiones) se multiplica y tal número es infinito.

c) Esta combinación extiende su gama, se va haciendo más compleja, sus elementos se vuelven más abstractos, y al cabo, forma un tejido espiritual: sólo de las ideas puede -por sí mismo-, el espíritu conocer las relaciones.

Mais non seulement il y a repport entre les idées, mais entre les rapports qui sont entre les idées, entre les rapports des rapports des idées et... entre les assemblages de plusieurs rapports et entre les rapports de ces assemblages de rapports et ainsi à l'infini.
(R.V., VI, I, pág. 287).

Pero no sólo hay relaciones entre las ideas, sino entre las relaciones entre las ideas, entre las relaciones de las ideas y... entre las uniones de varias relaciones y entre las relaciones de estas uniones de relaciones y así hasta el infinito.

Aquí *assemblage des rapports* = conjunto de relaciones; y las relaciones entre conjuntos de relaciones, a su vez, forman un conjunto.

El pensamiento vislumbra, define casi, un conjunto de conjuntos.

Este elaborado sistema, hecho de vínculos entre ideas, acaso sea uno de los puntos más altos de la especulación matemática del filósofo.

VI

El propio Malebranche hubiese disentido -pienso- de la mayor parte de las incursiones y excursiones aquí efectuadas en su obra. Desearía que el lector no olvidara el carácter tentativo de esta exégesis, dedicada a distinguir mediante una curiosa cirugía -permítaseme la expresión- capas conceptuales indivisibles.